LONDO AKADEMY

Education et formation

Comment nous rejoindre ?

1) Adhérez à notre groupe WhatsApp en précisant ton prénom + nom + classe. C'est gratuit, écrivez-nous au +221 77 465 32 33

2) Abonnez-vous à notre chaîne YouTube Londo Akademy en cliquant sur le lien ci-dessous puis sur l'onglet S'ABONNER

https://www.youtube.com/channel/UCot5f3SSaGCkjYTPeYz4NZw

3) Pour ceux qui veulent aller très loin et qui comprennent que le meilleur investissement est l'investissement sur la connaissance, visitez notre site internet : www.multilivre.com pour découvrir et commander nos nouvelles annales corrigées.

CHAPITRE — LIMITE

EXERCICE 1

1) Déterminer la limite pour $x \longrightarrow +\infty$, et pour $x \longrightarrow -\infty$, de la fonction f, dans les cas suivants :

a) $f : x \longmapsto x^2 - 3x + 1$ b) $f : x \longmapsto (x^3 - x)(x + 1)$ c) $f : x \longmapsto x^2 + |x - 3|$

2) Déterminer la limite quand $x \longrightarrow x_0$ de la fonction f dans les cas suivants :

a) $f : x \longmapsto \dfrac{1}{x - 1}$, $x_0 = 1$ b) $f : x \longmapsto \dfrac{-3}{x^2 - 4}$, $x_0 = -2$ et $x_0 = 2$

EXERCICE 2

Déterminer les limites des fonctions suivantes :

1) $f : x \longmapsto \dfrac{x^3 + 3x - 4}{x - 1}$ en $1, -\infty, +\infty$ 2) $f : x \longmapsto \dfrac{x^2 + 4x + 4}{x^3 + 8}$ en $-2, -\infty, +\infty$

3) $f : x \longmapsto \sqrt{1 + x^2} - x$ en $-\infty, +\infty$ 4) $f : x \longmapsto \dfrac{\sqrt{3 + x} - 2x}{x - 1}$ en $1, +\infty$

EXERCICE 3

Dans chacun des cas suivants, déterminer la limite à droite et à gauche en x_0 de la fonction f.

1) $f : x \longmapsto \dfrac{1 - \cos x}{x^2 - 2x|x|}$ $x_0 = 0$ 2) $f : x \longmapsto \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leqslant 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$; $x_0 = 0$

3) $f : x \longmapsto \dfrac{x^2 + x}{\sqrt{x^2}}$; $x_0 = 0$ 5) $f : x \longmapsto x\sqrt{(x - 1)^2}$; $x_0 = 1$

EXERCICE 4

Utiliser le résultat $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ pour étudier la limite éventuelle en 0 des fonctions suivantes :

1) $f : x \longmapsto \dfrac{\sin 5x}{2x}$ 2) $f : x \longmapsto \dfrac{x}{\sin 3x}$ 3) $f : x \longmapsto \dfrac{\sin 5x}{\sin 4x}$

4) $f : x \longmapsto \dfrac{\tan 2x}{\sin x}$ 5) $f : x \longmapsto \dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}$ 6) $f : x \longmapsto \dfrac{\sin x - x}{\cos x - 1}$

7) $f : x \longmapsto \dfrac{1 - \cos x}{\sin^2 \pi x}$ 8) $f : x \longmapsto \dfrac{\sqrt{1 - \cos 4x}}{\sin 5x}$ 9) $f : x \longmapsto \dfrac{\cos^2 x - \sqrt{\cos x}}{\sqrt{\cos x} - 1}$

EXERCICE 5

Déterminer les limites éventuelles des fonctions suivantes au point considéré :

1) $f : x \longmapsto \cos\left(\dfrac{x + 1}{x}\right)$ en $+\infty$ 2) $f : x \longmapsto \dfrac{1 - \sqrt{|x|}}{2 + \sqrt{|x|}}$ en $-\infty$

3) $f : x \longmapsto \sqrt{\dfrac{2x + 1}{x - 3}}$ en $+\infty$ 4) $f : x \longmapsto \sqrt{\dfrac{2x + 1}{x - 3}}$ en $-\dfrac{1}{2}$, puis en 3

Auteur : Thierno Korka DIALLO – Ingénieur Polytechnicien – Tél : +221 77 465 32 33

CHAPITRE — CONTINUITE

EXERCICE (S1 + S2)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}-2}{\sqrt{x-3}+2}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.

2) Justifier la continuité de f sur D_f.

3) Montrer que f admet un minimum en 3.

4) Montrer que f est majorée par 1.

5) Montrer que l'équation $f(x) = 3 - x$ admet une solution dans l'intervalle $]3\,;4[$.

CHAPITRE — TRIGONOMETRIE

EXERCICE 1 (S1 + S2)

A — Résoudre dans $[0\,;2\pi[$ les équations suivantes :

1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $\cos x = \frac{1}{2}$ 3) $\sin 2x = -\frac{1}{2}$

4) $\sin 2x + \sin x \cos x = 0$ e) $\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

B — Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans $]-\pi\,;\pi]$ les équations suivantes :

a) $\cos 2x + \cos x = -1$ b) $\sin|x| = \frac{1}{2}$ c) $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$

d) $\cos^2 x = \sin^2 x$ e) $\cos 4x + \sqrt{3}\sin 4x = 1$ f) $\tan x + \tan 3x = 0$

C — Résoudre dans $[0\,;2\pi[$ les inéquations suivantes :

1) $\sin x \geqslant \frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\cos x \geqslant \frac{1}{2}$ 3) $\sqrt{1-\cos x} > \sin x$

4) $\sqrt{2}\sin x + 1 < 0$ 5) $2\sin 2x - \sqrt{3} \leqslant 0$

D — Résoudre dans $[0\,;\pi]$ les inéquations trigonométriques suivantes :

1) $4\sin^2 x - 1 \leqslant 0$ 2) $\cos 2x + \sin 2x - 1 \geqslant 0$ 3) $\tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} < 0$

EXERCICE 2 (S1 + S2)

Calculer, sans utiliser la calculatrice :

1) $A = \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

2) $B = \cos\left(\frac{\pi}{16}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{16}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{16}\right) + \cos\left(\frac{11\pi}{16}\right) + \cos\left(\frac{13\pi}{16}\right) + \cos\left(\frac{15\pi}{16}\right)$

3) $C = \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

Auteur : Thierno Korka DIALLO – Ingénieur Polytechnicien – Tél : +221 77 465 32 33

4) $D = \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

CHAPITRE — ANGLES ORIENTÉS

EXERCICE 1 (S1 + S2)

Soient A et B deux points distincts du plan. Représenter dans chacun des cas suivants l'ensemble des points M du plan tels que :

1) $\Delta_1 = \left\{M \in \mathcal{P} \mid \left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}}\right) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]\right\}$

2) $\Delta_2 = \left\{M \in \mathcal{P} \mid \left(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}\right) \equiv \pi[2\pi]\right\}$

3) $\Delta_3 = \left\{M \in \mathcal{P} \mid \left(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]\right\}$

4) $\Delta_4 = \left\{M \in \mathcal{P} \mid \frac{MA}{MB} = 3\right\}$

EXERCICE 2 (S1 + S2)

Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère les points A, B, C D et E tels que :

$$\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right) \equiv -\frac{23\pi}{10}[2\pi] \quad ; \quad \left(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}}\right) \equiv -\frac{47\pi}{10}[2\pi] \quad ; \quad \left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{5}[2\pi]$$

1) Déterminer les mesures principales de $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right)$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE}}\right)$.
2) Montrer que A, B et E sont alignés.
3) Montrer que les droites (AC) et (AD) sont perpendiculaires.

EXERCICE 3 (S1)

Le plan $\mathcal{P}$ est orienté dans le sens direct. On considère un triangle ABC isocèle de sommet principal A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right) \equiv -\frac{23\pi}{4}[2\pi]$, on désigne par (C) le cercle circonscrit au triangle ABC et par (C') le cercle de centre A passant par B.

1) a) Déterminer la mesure principale de $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right)$.
b) Construire ABC, (C) et (C').
c) Déterminer la mesure principale de $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}}\right)$.

2) Soit M un point variable du cercle (C) distinct de A et C appartenant à l'arc orienté $\widehat{CA}$, la droite (CM) recoupe (C') en D et la droite (BD) recoupe (C) en N.
a) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}\right) \equiv 2\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}}\right)[2\pi]$.
b) En déduire que le triangle BMD est isocèle. Déterminer une mesure de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DM}}\right)$.
c) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{NM}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}}\right)[2\pi]$.
d) En déduire que les droites (AD) et (MN) sont perpendiculaires.

3) La droite Δ passant par C et perpendiculaire à (AM) coupe (BM) en I.
a) Montrer que lorsque M varie sur l'arc $\widehat{CA}$, le point I se déplace sur le cercle (C').
b) Soit α la mesure principale de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AM}}\right)$. Déterminer α pour que le triangle ICD soit isocèle en I.

CHAPITRE — SUITES NUMERIQUES

EXERCICE 1 (S1 + S2)

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que : $U_4 + U_8 = 3$ et $U_0 + U_1 + \cdots + U_{20} = 63$.

Calculer U_0 et la raison r de $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

EXERCICE 2 (S1 + S2)

1) Soit la suite arithmétique définie par : $U_0 = 2$ et $U_3 = -4$.

a) Calculer la raison r de U_n.

b) Exprimer U_n en fonction de n.

2) Soit la suite V_n définie par : $V_n = \left(\sqrt{3}\right)^{U_n}$.

a) Calculer V_0 et V_1.

b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$.

3) On pose $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ et $P_n = V_0 \times V_1 \times \ldots \times V_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) Exprimer S_n en fonction de n.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P_n = \left(\sqrt{3}\right)^{(2-n)(n+1)}$.

EXERCICE 3 (S1)

1) a) Etudier les variations sur $[0\,;+\infty[$ de : $f : x \mapsto \sin x - x$ et $h : x \mapsto \sin x - x + \frac{x^2}{2}$.

b) En déduire que pour $x \in [0\,;2]$ on a : $x^2 - x^3 \leqslant \sin^2 x \leqslant x^2$.

2) On pose : $\forall\, n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \sum_{k=1}^{n} \sin^2\left(\frac{k\pi}{2n\sqrt{n}}\right)$.

a) Montrer que :

$$\frac{\pi^2}{4n^3}\sum_{k=1}^{n} k^2 - \frac{\pi^3}{8n^4\sqrt{n}}\sum_{k=1}^{n} k^3 \leqslant u_n \leqslant \frac{\pi^2}{4n^3}\sum_{k=1}^{n} k^2$$

b) En déduire que (u_n) est convergente et que $\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{\pi^2}{12}$; on pourra utiliser les égalités :

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad ; \quad \sum_{k=1}^{n} k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

3) Montrer que $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \cos\left(\frac{k\pi}{n\sqrt{n}}\right) = 1$.

Auteur : Thierno Korka DIALLO – Ingénieur Polytechnicien – Tél : +221 77 465 32 33

CHAPITRE — ETUDE DE FONCTION

EXERCICE (S1 + S2)

On considère les fonctions les fonctions $f(x) = \frac{1}{3}\left(x^2 + x + \frac{1}{x}\right)$ et $g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$.

1) Montrer que pour tout réel x, on a : $f'(x) = \frac{1}{3x^2} \times g(x)$.

2) Dresser le tableau de variation de g.

3) En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α dans $]0 ; 1[$.

4) Dresser le tableau de variation de f.

5) On désigne par (C) la courbe de f dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et soient les points I et J de (C) d'abscisses respectifs -1 et 1.

a) Vérifier que (IJ) est tangente à (C) en J.

b) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) en I.

c) Etudier la position de (C) par rapport à (T).

6) Utiliser les résultats précédents pour construire la courbe (C).